

|  |    |   |         |   |
|--|----|---|---------|---|
| Геол. ан. Балк. пол.<br>Ann. Géol. Penins. Balk. | 59 | 2 | 413-429 | Београд, децембар 1995<br>Belgrade, Decembre 1995 |
|--|----|---|---------|---|

УДК 624.131.23(497.11)

Оригинални научни рад

## ГЕОТЕХНИЧКА СВОЈСТВА ЛЕСА ОКОЛИНЕ БЕОГРАДА

од

Слободана Ђорића\*, Гордане Марковић\* и Ласла Чакија\*

У раду су приказани резултати обимних систематских истраживања макропорозног леса подручја Београда, и то како падинског тако и оног са платоа. Велики број репрезентативних узорака испитан је триаксијалним компресионим опитима. Добијени резултати су показали да механичко понашање макропорозног леса у великој мери зависи од величине консолидационог притиска, тако да је при "малим" напонима крто, а при "великим" напонима оно је пластично. То је приказано са два хиперболична модела: један је у домену "малих", а други у подручју "великих напона". На овај начин су, по први пут, напонско-деформацијске зависности макропорозног леса дефинисане и приказане хиперболичним моделима. Поређење нумеричких и експерименталних резултата показује да предложени аналитички поступак са коначним елементима успешно приказује понашање макропорозног леса у сложеним напонско-деформацијским условима.

**Кључне речи:** лес, механичко понашање, хиперболични конститутивни модел, нелинеарна напонско-деформацијска анализа

### УВОД

Подручје Београда застрто је лесним покривачем променљиве дебљине. Она често прелази 12–15 m, а на местима где га ерозија, клижење и/или човекова активност нису уништили и свих 30 m.

Због своје распрострањености и специфичних карактеристика, лесно тло је предмет сталног истраживања бројних истраживача (Ћорић, 1987.; Марковић, 1987).

Систематска обимна истраживања лесног тла врше се већ више од петнаест година на Катедри за геотехнику Рударско-геолошког факултета у Београду (Воџиновић, 1979; Воџиновић и др., 1985.; Ћорић и др., 1985.; Ћорић и др., 1986.; Марковић и др., 1990).

У овом раду приказаћемо напонско-деформацијске карактеристике и конститутивне моделе макропорозног леса и то како падинског тако и са платоа. Наведене моделе укључићемо у поступак нелинеарне анализе са коначним елементима.

\* Рударско-геолошки факултет, Бушина 7, Београд.

## ФИЗИЧКА СВОЈСТВА И МЕХАНИЧКО ПОНАШАЊЕ

Просечна физичка својства макропорозног леса, одређена стандардним поступцима на непоремећеним – репрезентативним узорцима, приказана су у Табели 1.

Табела 1. Просечна физичка својства леса.

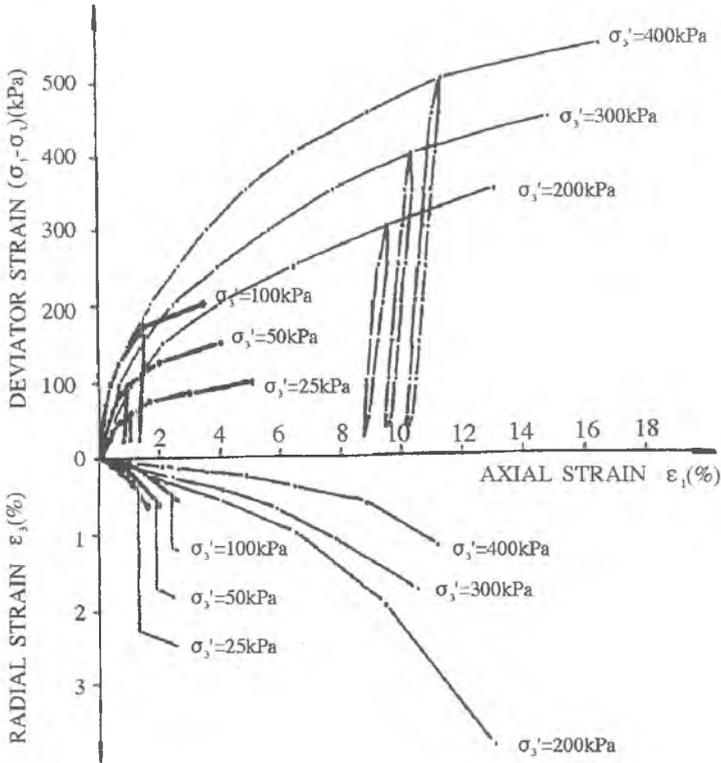
Table 1. Average physical properties of loess.

| Лес (Loess)  | плато (plateau)                                   | падина (slope)                                    |
|--|---|---|
| Сува запреминаска тежина<br>Dry unit weight        | $\gamma_d=12.5-15.0 \text{ kN/m}^3$               | $\gamma_d=13.5-16.0 \text{ kN/m}^3$               |
| Порозност<br>Porosity                              | $n=45-55\%$                                       | $n=42-50\%$                                       |
| Природна влажност<br>Water content                 | $w=16-20\%$                                       | $w=18-22\%$                                       |
| Степен засићења<br>Degree of saturation            | $S_r=45-70\%$                                     | $S_r=54-87\%$                                     |
| Учешће фракције глине<br>Clay fraction (<0.002 mm) | $c=5-10\%$  | $c=8-10\%$  |
| Граница течења<br>Liquid limit                     | $w_l=30-40\%$                                     | $w_l=36-44\%$                                     |
| Индекс пластичности<br>Plasticity index            | $I_p=10-18\%$                                     | $I_p=15-24\%$                                     |
| АС Класификација<br>AC Classification              | CL/CI   | CL/CI   |
| Колоидна активност<br>Colloidal activity           | $K_p>1.25$  | $K_p=2-3$   |
| Врста минерала глине<br>Dominant clay minerals     | илитско–монморилонитска<br>illit–montmorillonitic | илитско–монморилонитска<br>illit–montmorillonitic |
| Индекс кохезијенције<br>Consistency index          | $I_c \approx 1$                                   | $I_c=0.9-1.10$                                    |

Механичко понашање леса испитивано је триаксијалним, компресионим, консолидовано–дренираним опитима на непоремећеним цилиндричним узорцима пречника 38.0 mm и висине 76.0 mm. За време опита мерени су праштаји вертикалног напона, аксијалне и радијалне деформације. Да би потпуније дефинисали понашање леса, обављено је бар по једно растеређивање и поновно онтеређивање узорака. Испитивање је вршено до њиховог потпуног лома.

Добијени резултати су показали да је понашање леса нелинеарно, нееластично и напонски условљено. У вези са тим од посебног је значаја одређивање његове специфичне зависности од величине консолидационог притиска.

Тако се лес платоа при  $\sigma'_3 \leq 100$  kPa понаша као крт матерјал, а при  $\sigma'_3 \geq 200$  kPa његово поношање је пластично (сл. 1).



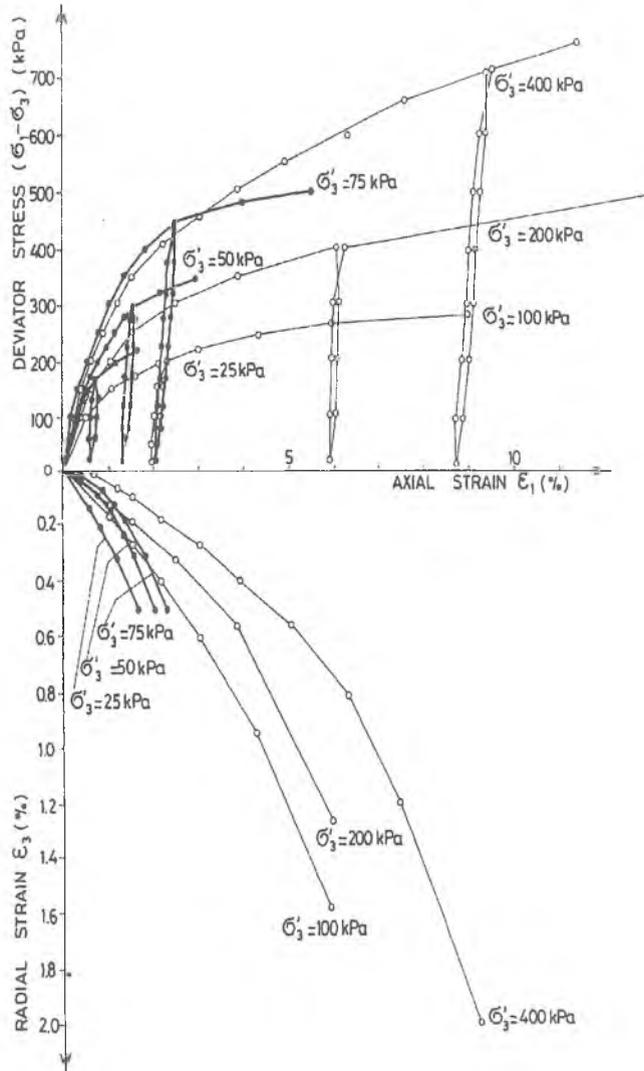
Сл. 1. Напонско–деформацијске криве леса са платоа добијене дренаираним (CD) триаксијалним опитима ( $\gamma_s = 13.5$  kN/m<sup>3</sup>,  $w = 20\%$ )

Fig. 1. Stress-strain curves for plateau loess obtained by drained triaxial tests ( $\gamma_s = 13.5$  kN/m<sup>3</sup>,  $w = 20\%$ )

У случају паднског леса за  $\sigma'_3 \leq 75$  kPa његово понашање је крто, док је за  $\sigma'_3 \geq 100$  kPa оно пластично (сл. 2).

Према нашем мишљењу овакво понашање је последица лома унутрашње структуре леса, изазваног одређеним критичним стањем напона. Тај критични напон који раздваја лес карактеристичног кртог понашања од леса пластичног понашања износи 150 kPa за лес платоа и 87.5 kPa за падински лес. Наведене вредности су одређене интерполацијом напонско–деформацијских функција.

Услед делимичног–локалног, или потпуног прекида унутрашњих веза, ослобођене честиче се узајамно померају – смичу, ротирају, клизају, згушњавају, односно боље пакују. Првобитно макропорозна, кохерентна средина, претвара се, након излагања критичном напону, у добро сложену зрнасту масу. При том је интактна,



Сл. 2. Напонско-деформацијске криве падинског леса добијене дренаираним (CD) триаксијалим опитима ( $\gamma_d=15.7 \text{ kN/m}^3$ ,  $w=18\%$ )

Fig. 2. Stress-strain curves for slope loess obtained by drained triaxial tests ( $\gamma_d=15.7 \text{ kN/m}^3$ ,  $w=18\%$ )

примарна, кохезија веома ослабљена, практично потпуно исцрпљена, бар онај њеп део који условљава цементација остварена излученим солима карбоната. Сличап је ефекат и преосталих хидроколоидалних веза, уколико се влажиост леса не промени.

Одређени прираштај влаге, међутим, убрзава разарање структуре леса јер се хидратисане честице глине у њему шире. Ефекат разарања је, међутим, најјачи када влага у глиненој компоненти достигне границу бубрења, блиску граници пластичности ( $w_s \approx w_p$ ). Тај распон може доста да варира због променљивог учешћа фракције глине с једне стране, и њеног илитско-моиморилонитског састава с друге стране.

Имајући у виду специфичну структуру испитиваног леса, процењује се да је критичан прираштај количине влаге, који доприноси њеном разарању, између 2–3%, до 5% (тј. када  $w$  достигне  $w_p$ ).

Даљим повећањем влаге, односно напона преко критичног напонског стања, успоставља се поново овај, хидроколоидни тип веза. Но њихов ефекат је сада знатно другачији. Већ измењени, примарно макропорозни лес представља квалитетно нову, кохерентну средину. Њено понашање је изразито пластично у читавом опсегу консолидационих притисака, а чврстоћа расте са дубином, односно са прираштајем оптерећења. Ово важи како за макропорозни лес са платоа тако и за падински макропорозни лес.

### ХИПЕРБОЛИЧНИ КОНСТИТУТИВНИ МОДЕЛ

Експериментално утврђене напонско-деформацијске зависности приказали смо хиперболичним конститутивним моделима (Kondner, 1963.; Duncan & Chang, 1970.; Duncan, 1980). Сагласно томе напонско-деформацијске функције се могу изразити на следећи начин:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n} + \frac{\varepsilon_1 \cdot R_f \cdot (1 - \sin \varphi')}{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi' + 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sin \varphi'}} \quad (1)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 \cdot \left[ G - F \cdot \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \right]}{(1 - d \cdot \varepsilon_1)} \quad (2)$$

Диференцирањем једначина (1) и (2) добијају се Јунгов модул ( $E$ ) и Поасонов коефицијент ( $\nu$ ):

$$E = \left[ 1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \varphi') \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi' + 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sin \varphi'} \right]^2 \cdot K \cdot p_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (3)$$

$$v = \frac{G - F \cdot \log\left(\frac{\sigma_3'}{p_a}\right)}{\left[1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{\left[1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \varphi') \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi' + 2 \cdot \sigma_3' \cdot \sin \varphi'}\right] \cdot K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3'}{p_a}\right)^n}\right]^2} \quad (4)$$

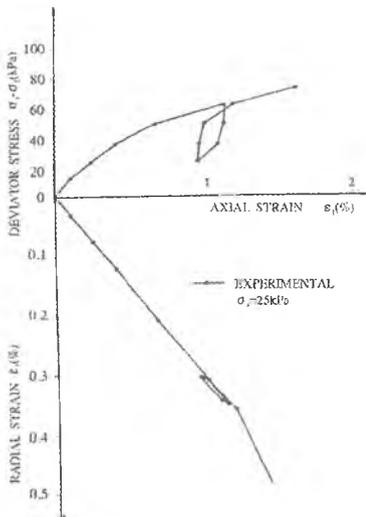
Јунгов модул растерећења и поновног оптерећења одређује се из следеће једначине:

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3'}{p_a}\right)^n \quad (5)$$

У једначинама (1)–(5) уведене су следеће ознаке:

- $\sigma_1', \sigma_3'$  – већи и мањи главни напони
- $\varepsilon_1, \varepsilon_3$  – већа и мања главна деформација
- $c', \varphi'$  – Кулон–Морови параметри чврстоће
- $R_f, K, n, K_{ur}, G, F, d$  – напонско–деформацијски параметри
- $p_a$  – атмосферски притисак

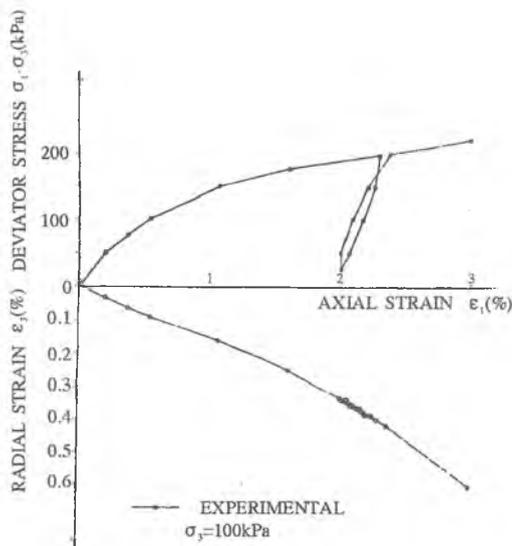
Вредности Поасоновог коефицијента за примарно оптерећење, растерећење и поновно оптерећење, међусобно су једнаке (сл. 3 и сл. 4).



Сл. 3. Напонско–деформацијска крива леса са платоа добијена дренаираним триаксијалним опитом. Детаљ растерећења и поновног оптерећења са слике 1.  
 Fig. 3. Stress–strain curve for plateau loess obtained by drained triaxial test. Detail of unloading–reloading from Fig. 1.

Као што се види, хиперболични модели дефинисани су са девет параметара:  $c', \varphi', R_f, K, n, K_{ur}, G, F, d$ . Они се одређују из резултата стандардних триаксијалних

опита (CD) уз мерење бочне деформације. Међутим, уколико то услови на терену захтевају, параметри модела се могу извести на основу података из триаксијалних опита затезања, опита равне деформације или директног смицања. Овим се знатно проширује опсег примене предложеног хиперболичног модела.



Сл. 4. Напонско–деформацијска крива падинског леса добијена дренажним триаксијалним опитом. Детаљ растерећења и појовног оптерећења са слике 2.

Fig. 4. Stress–strain curve for slope loess obtained by drained triaxial test. Detail of unloading–reloading from Fig. 2.

Напонско–деформацијске функције макропорозног леса су, с обзиром на њихову специфичну зависност од величине консолидационог притиска, дефинисане са два хиперболична модела: један је за домен "малих" напона, док је други у подручју "великих" напона.

Параметри хиперболичних модела београдског макропорозног леса су дати у Табелама 2 и 3.

Табела 2. Параметри хиперболичног модела за лес платоа

Table 2. Parameters of hyperbolic model for plateau loess

| Напон Stress             | c' (kPa) | φ' (°) | R <sub>f</sub> | K    | n     | K <sub>ur</sub> | G     | F     | d    |
|--------------------------|----------|--------|----------------|------|-------|-----------------|-------|-------|------|
| σ <sub>3</sub> ≤ 100 kPa | 18       | 23.5   | 0.796          | 514  | 0.820 | 874             | 0.098 | 0.219 | 21.4 |
| σ <sub>3</sub> ≥ 200 kPa | 53       | 19.5   | 0.852          | 68.4 | 0.756 | 333             | 0.186 | 0.219 | 4.21 |

У вези са напред изнетим истичемо да промену примарне структуре, под дејством консолидационих притисака, јасно потврђује и однос повратног и иницијалног Јунговог модула. Наиме, вредност E<sub>ur</sub>/E<sub>i</sub> (Табеле 2 и 3) је за

- лес платоа: K<sub>ur</sub>/K=1.7 у опсегу "малих" напона и K<sub>ur</sub>/K=4.9 у домену "великих" напона,
- падински лес K<sub>ur</sub>/K=2.0 у опсегу "малих" напона и K<sub>ur</sub>/K=5.0 у домену "великих" напона.

Предложени хиперболични модели могу успешно да прикажу механичко понашање макропорозног леса, јер уважавају његово нелинеарно, напонски условљено и нееластично понашање. На овај начин, према нашем сазнању, напонско–деформацијске зависности макропорозног леса су, по први пут, приказане хиперболичним моделима. Добијени резултати потврђују генерални карактер хиперболичног модела и тиме проширују подручје његове примене. У исто време, ови модели су погодни за укључивање у напонско–деформацијску анализу коначним елементима.

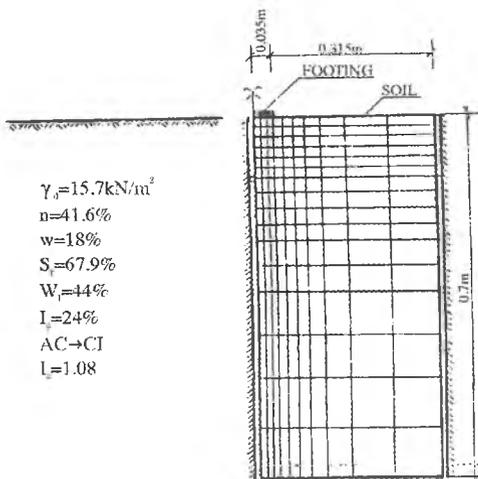
Табела 3. Параметри хиперболичног модела за падински лес.

Table 3. Parameters of hyperbolic model for slope loess.

| Напон<br>Stress         | $c'$ (kPa) | $\phi'$ (°) | $R_f$ | K   | n     | $K_{ur}$ | G      | F     | d    |
|-------------------------|------------|-------------|-------|-----|-------|----------|--------|-------|------|
| $\sigma_3 \leq 75$ kPa  | 13.5       | 47          | 0.729 | 617 | 0.234 | 1234     | 0.0964 | 0.189 | 18.4 |
| $\sigma_3 \geq 100$ kPa | 39.5       | 26          | 0.811 | 248 | 0.133 | 1364     | 0.180  | 0.149 | 5.47 |

### НЕЛИНЕАРНА НАПОНСКО-ДЕФОРМАЦИЈСКА АНАЛИЗА

Напонско–деформацијско понашање макропорозног леса дефинисали смо једноставним и практичним аналитичким поступком. Он се заснива на инкременталном облику Хуковог закона и предложеном хиперболичном конститутивном моделу. У циљу његове ефикасне примене, формирали смо нелинеарни компјутерски програм са коначним елементима и успешно га укључили у наведени поступак прорачуна. При томе, напонско–деформацијске зависности у домену пре лома изражавамо Јунговим модулом (једи. 3 и 5) и Поасоновим коефицијентом (једи. 4). За стање после лома, усвојено је да је модул смицања једнак нули и да модул компресије има константну вредност.



Сл. 5. Приказ коначним елементима модела темеља на лесу.

Fig. 5. Finite element representation of model footing on loess.

Овај програм смо применили за прорачун слегања модела крутог темеља облика траке, ослоњеног на падински лес (сл. 5).

Мрежа коначних елемената која је коришћена у овој анализи им 163 правоугаона елемента и 191 чвор. Дуж бочних гравица чворови се померају само вертикално, док су на доњој граници непокретни (сл. 5).

Темељ је оптерећиван у инкрементима једнако подељеним оптерећењем. Усвојено је 7 инкремената. Прва два су по 50 кРа, а остали су по 100 кРа. На почетку сваког инкремента одређени су, сагласно папопском стању у средини сваког елемента, Јунгов модул (јед. 3) и Поасонов коефицијент (једн. 4). Ову анализу вршили смо коришћењем параметара који су дати у Табелл 3.

Нумеричке вредности вертикалних померања темеља упоредили смо са експерименталним подацима, добијеним мерењима слегања па терену помоћу угибомера. Мерења су извршена на падинском лесу у Миријеву, једном од београдских предграђа, источно од градског центра. Добијени резултати показују врло добро слагање. На основу тога може се закључити да предложени поступак прорачуна са коначним елементима, који се базира на инкременталном облику Хуковог закона и усвојеном хиперболичном конститутивном моделу тла, успешно приказује понашање макропорозног леса у сложеним напонско–деформацијским условима.

## ЗАКЉУЧАК

Циљ овог рада је да дефинише механичко понашање београдског макропорозног леса, и то како падинског тако и оног са платоа. У складу са тим, систематска истраживања и анализе које су описане у предходним поглављима, показале су:

1. Механичко понашање макропорозног леса је нелинеарно, напонски условљено и нееластично. У вези са тим од посебног значаја је његова специфична зависност од величине консолидационог притиска. Тако је у случају "малих" напона његово понашање крто, а при "великим" напонима оно је еластично. Овакво понашање је последица лома унутрашње структуре леса, изазваног одређеним, критичним стањем нанона.

2. Напонско–деформацијске зависности београдског макропорозног леса, дефинисане су са два хиперболична модела. Један је у домену "малих", а други у подручју "великих" напона. На тај начин су, по први пут, напонско–деформацијске зависности макропорозног леса дефинисане и приказане хиперболичним моделлма. Добијени резултати су потврдили генерални карактер хиперболичног модела и тиме проширили подручје његове примене.

3. Хиперболични модели су дефинисани са девет параметара:  $c'$ ,  $\phi'$ ,  $R_f$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $K_{ог}$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $d$ , који се добијају из триаксијалних компресионих опита. Међутим, уколико то услови на терену захтевају, ови параметри се могу извести из триаксијалних опита затезања, опита равне деформације или директног смицања.

У исто време, хиперболични модели су погодни за укључивање у напонско–деформацијску анализу са коначним елементима.

4. Предложени нелинеарни поступак прорачуна са коначним елементима, који се заснива на инкременталном Хуковом закону и усвојеном хиперболичном конститутивном моделу, може успешно да прикаже понашање макропорозног леса у сложеним напонско–деформацијским условима. Наведени поступак као и одговарајући компјутерски програм успешно смо применили за проверу слегања модела

крутог темеља. На тај начин смо показали да предложени аналитички поступак пружа солидни основу за даље проучавање механичког понашања макропорозног леса, како у природним, примарним условима, тако и у садејству са вештачким објектом.

Ово има посебан значај, јер је макропорозни лес веома распрострањен, и то не само у подручју Београда, него и у многим другим крајевима Југославије као и суседних земаља.

|  |    |   |         |   |
|--|----|---|---------|---|
| Геол. ан. Балк. пол.<br>Ann. Géol. Penins. Balk. | 59 | 2 | 413-429 | Београд, децембар 1995<br>Belgrade, Decembre 1995 |
|--|----|---|---------|---|

UDC 624.131.23(497.11)

Original scientific paper

## GEOTECHNICAL PROPERTIES OF LOESS OF THE BELGRADE SURROUNDINGS

by

Slobodan Ćorić\*, Gordana Marković\* and Laslo Čaki\*

The results of systematic, extensive investigations of Belgrade's loess, both from plateaus and slopes, are presented. A large number of triaxial compression (CD) tests, have been performed on representative samples. The results obtained show that the mechanical behaviour of macroporous loess highly depends on the value of the consolidation pressure. So, in a case of "low" stresses its behaviour is stiff, while for "high" ones it behaves like a plastic material. In order to represent it we used two hyperbolic models: one is over a range of "low" and the other of "high" stresses. In that way, for the first time, stress-strain relationships of macroporous loess are determined and presented by hyperbolic models. The comparison of numerical and experimental results shown that the proposed finite element procedure can accurately represent the behaviour of macroporous loess under complex stress-strain conditions.

**Key words:** loess, mechanical behaviour, hyperbolic constitutive model, nonlinear stress-strain analysis.

### INTRODUCTION

Loess soil of different thickness spread over the entire territory of Belgrade. It is more than 12–15, sometimes even 30 m thick, in places where erosion, landsliding and/or human activities have not destroyed it.

Because of its extension and distinct characteristics, the loess soil is the subject matter constantly dealt with by a number of research workers (Ćorić, 1987, Marković, 1987).

Systematic and comprehensive investigations have been carried out at the Belgrade Faculty of Mining and Geology, Department of Geotechnics, in the last fifteen years period (Božinović, 1979; Božinović et al., 1985; Ćorić et al., 1985; Ćorić et al., 1986; Marković et al., 1990).

---

\* Faculty of Mining and Geology, Džušina 7, 11000 Belgrade, Yugoslavia.

In this paper the stress–strain characteristics and analytical constitutive models of macroporous loess, both from plateaus and slopes, will be presented. These models will be incorporated in the nonlinear finite element analysis.

## PHYSICAL PROPERTIES AND MECHANICAL BEHAVIOUR

The average physical properties of macroporous loess soil in Belgrade, determined on undisturbed, representative samples by usual methods, are shown in Table 1.

Mechanical behaviour of loess soil was investigated by triaxial compression tests. Consolidated drained tests were performed on undisturbed cylindrical samples dia 38.0 mm, height 76.0 mm. During the tests increments of vertical stress, axial and radial deformations were measured. In order to define properly their behaviour, each specimen was subjected at least to one cycle of unloading and reloading. All tests continued until the samples have been broken.

The results so far obtained have shown nonlinear, stress dependent, nonelastic behaviour of loess soil. In connection with that, a high degree of specific dependence on consolidation pressure, is of a particular importance.

So, in case of plateau loess for  $\sigma_3' \leq 100$  kPa it behaves like a stiff material, while for  $\sigma_3' \geq 200$  kPa its behaviour is plastic (Fig. 1).

In case of slope loess for  $\sigma_3' \leq 75$  kPa it behaves like a stiff material, while for  $\sigma_3' \geq 100$  kPa its behaviour is plastic (Fig. 2).

According to our experience, such behaviour is the consequence of failure in the internal loess structure exposed to a corresponding critical stress state. That critical stress separating the two "loesses", stiff and plastic, is 150 kPa for plateau loess and 87.5 kPa for slope loess. These values were determined by interpolating stress–strain triaxial curves.

Due to a partial–local, or complete break of internal links, the detached particles move away from each other–sliding, rolling, rotating and better arranging themselves, densifying thus the entire mass. The original macroporous, coherent medium, after having been subjected to the critical stress state, changes into a well arranged granular mass. Under these conditions the inherent, primary cohesion is highly weakened, practically exhausted – at least that part of rigid links conditioned by hardened carbonate salts. A similar effect has the remaining part of links, namely the hydrocolloidal ones, if the water content in loess has not changed.

However, only a small increase of moisture quickens the destruction of the loess structure as the hydrated clay particles expand. Their most powerful effect happens when the moisture content approaches the swelling limit, closely above the plastic one ( $w_s \approx w_p$ ). This amount could vary depending on one side, on the quantity of clay particles and, on the other, on their predominant mineralogical composition illit or montmorillonitic.

Considering the specific structure of loess investigated, it is estimated that the criti

cal moisture increase, contributing to its failure, amounts from 2 or 3%, up to 5% (i.e. w approaching to  $w_p$ ).

By a further increase of moisture content, as well as of the stress state over the critical one, the hydrocolloidal links are restored again. But their effect is completely different now. Altered in this way loess represents a qualitatively new coherent medium. Its behaviour is markedly plastic, through the entire range of consolidation pressures, and the strength grows up with the depth, i.e. with the loading intensity. The same conclusion was made both for plateau and slope macroporous loess.

### HYPERBOLIC CONSTITUTIVE MODELS

The experimental obtained stress-strain relationships were defined by hyperbolic constitutive models (Duncan & Chang, 1970; Duncan, 1980; Kondner, 1963). According to the model the stress-strain functions may be expressed as:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{K * p_a * \left(\frac{\sigma_3'}{p_a}\right)^n} + \frac{\varepsilon_1 * R_f * (1 - \sin \varphi')}{2 * c * \cos \varphi' + 2 * \sigma_3' * \sin \varphi'}} \tag{1}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 * \left[ G - F * \log \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right) \right]}{(1 - d * \varepsilon_1)} \tag{2}$$

The Young modulus and Poisson ratio may be obtained by differentiating equations (1) and (2) as:

$$E = \left[ 1 - \frac{R_f * (1 - \sin \varphi') * (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 * c * \cos \varphi' + 2 * \sigma_3' * \sin \varphi'} \right]^2 * K * p_a * \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right)^n \tag{3}$$

$$\nu = \frac{G - F * \log \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right)}{\left[ 1 - \frac{d * (\sigma_1 - \sigma_3)}{\left[ 1 - \frac{R_f * (1 - \sin \varphi') * (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 * c * \cos \varphi' + 2 * \sigma_3' * \sin \varphi'} \right]^2 * K * p_a * \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right)^n} \right]^2} \tag{4}$$

The unloading and reloading Young modulus is determined from following equation:

$$E_{ur} = K_{ur} * p_a * \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right)^n \quad (5)$$

The meaning of the symbols are as follows:

- $\sigma_1'$ ,  $\sigma_3'$  – major and minor principal stress
- $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  – major and minor principal strain
- $c'$ ,  $\varphi'$  – Mohr–Coulomb strength parameters
- $R_f$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $K_{ur}$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $d$  – stress–strain parameters
- $p_a$  – atmospheric pressure

The values of Poisson ratio for unloading and reloading are the same as for primary loading (Fig. 3 and Fig. 4).

As it may be seen, hyperbolic models are defined with nine parameters:  $c'$ ,  $\varphi'$ ,  $R_f$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $K_{ur}$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $d$ . They are derived from the results of routine triaxial tests (CD) with radial strain measurements. However, depending on in situ conditions, these parameters may be derived from triaxial extension tests, plain strain tests or direct shear tests. In this way the range of application of proposed hyperbolic model is fairly expanded.

As regards the specific dependence on value of consolidation pressure, the stress–strain relationships of macroporous loess soil are defined with two hyperbolic models: one is over range of "low" stresses, while the other is over a range of "high" ones.

Parameters of hyperbolic models for macroporous loess in Belgrade are shown in Tables 2 and 3.

In connections with above mentioned, it is worth saying, that changes of primary structure, under the action of consolidation pressure, are strongly confirmed by the ration of unloading–reloading modulus and initial Young modulus. Namely the value of  $E_{ur}/E_i$  (Tables 2 and 3) is for

plateau loess:  $K_{ur}/K=1.7$  for the range of "low" stresses and  $K_{ur}/K=4.9$  for the "high" ones

slope loess:  $K_{ur}/K=2.0$  for the range of "low" stresses and  $K_{ur}/K=5.0$  for the "high" ones.

The proposed hyperbolic models can accurately represent the mechanical behaviour of macroporous loess soil since they include their nonlinear, stress dependent and non-elastic behaviour. In that way, for the first time, as far as we know, stress–strain relationships of macroporous loess are determined and presented by hyperbolic models. The results obtained have confirmed the general character of the hyperbolic model and thereby expanded the range of its application.

In addition, the models are suitable for use in finite element stress–strain analysis.

## NONLINEAR STRESS-STRAIN ANALYSIS

A simple, practical procedure for representing stress-strain behaviour of macroporous loess soil is developed. It is based on incremental Hook's law and the proposed hyperbolic constitutive model. In order to be more effective in application, the nonlinear finite element computer program was developed and so far successfully used in the proposed procedure. Concerning the stress-strain relations, in the analysis we used Young modulus (eq. 3 and 5) and Poisson ratio (eq. 4) before the failure, and zero shear modulus with constant bulk modulus after it.

This program was used for the analysis of the settlement of a rigid strip model footing on slope loess soil (Fig. 5).

The finite element mesh used in this analysis contains 163 rectangular elements and 191 nodal points. The nodal points along the centre line beneath the footing and those on the right vertical boundary were constrained to vertical movements, while those along the bottom boundary were fixed (Fig. 5).

A uniform loading was applied to the model footing in seven increments. The first and the second were of 50 kPa and the others of 100 kPa. In the beginning of each increment Young modulus (eq. 3) and Poisson ratio (eq. 4) were determined, according to the stress state in the middle of each element.

The analysis was performed using the parameters shown in Table 3.

The calculated settlement of the model footing was compared with the experimental values obtained by deflectometers on the site. These measurements were performed on slope loess at Mirijevo, one of the Belgrade suburbs, east of city centre.

The comparison of numerical and experimental results has shown excellent agreement.

So it can be concluded, that proposed nonlinear finite element procedure, based on the incremental Hook's law and the developed hyperbolic constitutive model, can accurately represent the behaviour of macroporous loess under complex stress-strain conditions.

## CONCLUSIONS

The objective of this paper is to define mechanical behaviour of Belgrade's macroporous loess soil, both from plateaus and slopes. Accordingly, systematic investigations and analyses, which are described in the previous sections, have shown that:

1. Mechanical behaviour of macroporous loess is nonlinear, stress dependent and nonelastic. Its specific dependence on value of consolidation pressure is of a particular importance. So, in a case of "low" stress its behaviour is stiff, while for "high" ones it behaves like a plastic material. Such behaviour is the consequence of failure in the internal loess structure exposed to a corresponding critical stress state.

2. Stress-strain relationships of Belgrade's macroporous loess, are defined with two hyperbolic models. One is over a range of "low" stresses and the other is over a range of "high" ones. In that way, for the first time, stress-strain relationships of macroporous loess are determined and presented by hyperbolic models. The results obtained have confirmed the general character of the hyperbolic model and thereby expanded the range of its application.

3. Hyperbolic constitutive models are determined by nine parameters:  $c'$ ,  $\varphi'$ ,  $R_f$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $K_{ur}$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $d$ . They are derived from results obtained by triaxial compression tests. However, depending on in situ conditions, these parameters may be determined from triaxial extension tests, plain strain tests or direct shear tests.

In addition, hyperbolic models are suitable for use in finite element stress-strain analysis.

4. The proposed nonlinear finite element procedure, based on incremental Hook's law and the developed hyperbolic constitutive model, can accurately represent the behaviour of macroporous loess under complex stress-strain conditions. This procedure and the appropriate computer program were successfully used for the settlement analysis of a rigid strip model footing.

In that way, has shown that presented analytic procedure provide a solid base for further study of mechanical behaviour of macroporous loess soil, either in natural – primary conditions, or in interaction with artificial structure.

This is of particular interest, because macroporous loess is widespread, not only in Belgrade's region, but in many others in Yugoslavia and neighbouring countries, too.

*Translated by the authors*

## ЛИТЕРАТУРА – REFERENCES

- Božinović D., 1979: Geotehničke osobine terena u području Beograda koje izgrađuju koherentni gornjomiocenski sedimenti (Geotechnical properties of the terrain in the Belgrade area built up of coherent Upper Miocene sediments).– Izgradnja, 245 s., Beograd (Belgrade).
- Božinović D., Marković G., Ćorić B., Ćorić S. and Čaki L., 1985: Stress-strain-strength characteristics of macroporous loess soil in Belgrade.– XI ICSMFE, Vol. 4, 2385–2388, San Francisco.
- Ćorić S., 1987: Naponsko-deformacijska analiza tla primenom konačnih elemenata (Stress-strain analysis by the finite element method).– Institut za puteve i Rudarsko-geološki fakultet (Highway Institute & Faculty of Mining and Geology), 155p., Beograd (Belgrade).
- Ćorić S., Božinović D., Marković G., Ćorić B. and Čaki L., 1985: New results on macroporous loess soil in Belgrade.– XI ICSMFE, Vol. 5, 2846–2847, San Francisco.
- Ćorić S., Marković G., Čaki L. and Božinović D., 1986: Mehanički modeli lesa u uslovima karakterističnih konsolidacijskih pritisaka (Mechanical models of loess soil under characteristic conditions of consolidation pressures).– XVI JDMTF, Knj. 1, (XVI ICSMFE Vol. 1), 19–32, Arandelovac (Arandelovac).
- Duncan J. M. & Chang C. Y., 1970: Nonlinear analysis of stress and strain in soil.– ASCE J. SMF Div. Vol. 96, No 5. 1629–1653, New York.

- Duncan J. M., 1980: Hyperbolic stress-strain relationships.– Proc. Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering, Mc Gill University, 443–460, Montreal.
- Duncan J. M., 1980: Strain Prediction Using Hyperbolic Stress-Relations.– Ibid., Mc Gill University, 245–253, Montreal.
- Kondner R. L., 1963: Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils.– ASCE J. SMF Div., Vol. 89, No 1. 115–143, New York.
- Marković G., 1987: Geotekničke karakteristike lesnih terena sa posebnim osvrtom na urbanu gradnju (Geotechnical characteristics of loess terrains with a particular emphasis on the urban construction).– Institut za puteve i Rudarsko-geološki fakultet (Highway Institute & Faculty of Mining and Geology), 214 p., Beograd (Belgrade).
- Marković G., Ćorić S., Čaki L. and Božinović D., 1990: Contribution to the stress-strain-strength properties of macroporous loess soil.– Proc. VI IAEG, Vol 3, 1915–1920, Amsterdam.